

Materiales para la familia

Introducción a las funciones exponenciales

En esta unidad se dan a conocer las relaciones exponenciales. Los estudiantes ya estudiaron las relaciones que los matemáticos llaman relaciones lineales, en las que se comienza con una cantidad y se suma o se resta repetidas veces una misma cantidad. En una relación exponencial, se comienza con una cantidad y se multiplica repetidas veces por una misma cantidad.

Las relaciones exponenciales se representan con ecuaciones de la forma $y = a \cdot b^x$, donde a es la cantidad con la que se empieza, b es el factor de crecimiento por el cual se va a multiplicar cada vez y x es el número de veces que se va a multiplicar por b . Si b es mayor que 1, la cantidad crece. Si b es menor que 1, la cantidad disminuye. Si b es igual a 1, la cantidad permanece igual.

Si inicias con 50 abejas en un apiario (lugar donde están las colmenas de abejas) y el número de abejas se duplica cada año, ¿cuántas abejas tendrás en 5 años? Llamemos y al número de abejas y llamemos x al tiempo en años. La cantidad inicial es 50 abejas y el multiplicador es 2.

$$\begin{aligned} y &= a \cdot b^x \\ &= 50 \cdot 2^5 \\ &= 50 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 1,600 \text{ abejas al cabo de 5 años} \end{aligned}$$

Una gráfica de la situación también puede ser una herramienta útil. Si quisieras saber cuántas abejas tendrás en 10 años, puedes graficar $y = 50 \cdot 2^x$ y descifrar cuántas abejas hay después de 10 años.

Function on grid, number of bees, number of years.

Graficar es particularmente útil si queremos saber qué pasará en un futuro lejano o si queremos saber cuándo va a ocurrir algo (como por ejemplo, cuándo habrá 1 millón de abejas en el apiario).

Esta es una tarea para que trabajen en familia: En la Florida tienen problemas con un alga verde tóxica que flota en sus canales y que está contaminando el agua y matando organismos marinos. Kiran vive cerca de un pequeño lago en el sur de la Florida. Un día, vio que el alga flotaba en el lago y que cubría un área de 3 metros cuadrados. Un mes después, el alga se había duplicado y el área cubierta por el alga medía 6 metros cuadrados.

1. Si el patrón de duplicación continúa, ¿cuántos metros cuadrados del lago cubrirá el alga dentro de 4 meses?

2. Si el patrón de duplicación continúa y el área de superficie del lago es de aproximadamente 1,500 metros cuadrados, ¿dentro de cuántos meses el alga cubrirá completamente el lago?

Solución: 1. Podemos resolver este problema usando diversas estrategias. Se puede usar una tabla, una ecuación o una gráfica.

tiempo (meses)	área (metros cuadrados)
0	3
1	6
2	12
3	24
4	48

Function on grid, area in square meters, time in months.

Llamemos x al tiempo en meses y llamemos y al área cubierta por el alga en metros cuadrados. Así: $y = 3 \cdot 2^x$. Se reemplaza x por 4 y se encuentra que y es 48.

2. Al igual que en la parte A, hay varias estrategias para averiguar el momento en el cual el alga cubrirá todo el lago. Una buena forma de encontrar ese tiempo consiste en extender la gráfica, agregar la gráfica de $y = 1,500$ y encontrar dónde se intersecan. En un poco menos de 9 meses, el alga cubrirá los 1,500 metros cuadrados del lago.

Function on grid, area in square meters, time in months.